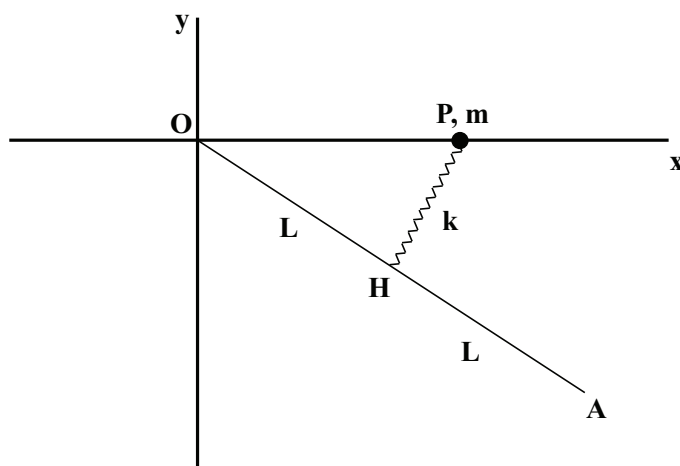


1. Un'asta omogenea  $OA$  di massa  $M$  e lunghezza  $2L$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$  libera di ruotare attorno ad  $O$  che è fisso. Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  scorre senza attrito sull'asse  $x$  ed è collegato al punto medio  $H$  dell'asta da una molla di costante elastica  $k > 0$ .

(i) Determinare le configurazioni di equilibrio e discuterne la stabilità;

(ii) Calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione stabile per  $Mg = 2kL$ .



2. Scrivere le equazioni del moto per il sistema dell'esercizio precedente utilizzando le equazioni di Lagrange.

3. Nel sistema di riferimento  $O(x, y)$  indicato in figura, calcolare la matrice d'inerzia del corpo rigido di massa  $m$  costituito dal cerchio di centro l'origine e raggio  $R$ , privato del quadrato  $ABCD$  di lato  $R/2$ , avente il lato  $AD$  sull'asse  $y$ , il lato  $BC$  dalla parte delle  $x$  positive ed il punto medio di  $AD$  a metà del raggio. Determinare quindi la terna principale d'inerzia con origine in  $O$ .

